

ОСОБЕННОСТИ СЕРФАТРОННОГО УСКОРЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ВОЛНАМИ В КОСМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЕ. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Николай Ерохин¹, Надежда Зольникова¹, Людмила Михайловская¹,
Евгений Кузнецов¹, Румен Шкевов²

¹Институт космических исследований – Российская академия наук, Москва

²Институт космических и солнечно-земных исследований – Болгарская академия наук
e-mail: nerokhin@mx.iki.rssi.ru; shkevov@space.bas.bg

Ключевые слова: серфинг зарядов, космическая плазма, ультрарелятивистское ускорение, электромагнитные волны, черенковский резонанс, пороговые амплитуды, численные расчеты.

Абстракт: На основе численных расчетов рассмотрены особенности ультрарелятивистского ускорения заряженных частиц электромагнитными волнами конечной амплитуды в космической плазме (механизм серфинга зарядов на волнах). Задача сведена к анализу нелинейного, нестационарного уравнения второго порядка для фазы на несущей частоте волнового пакета (на траектории частицы), которое решается численно. Целью работы является исследование особенностей ультрарелятивистского ускорения заряженных частиц волновым пакетом с плавной огибающей его амплитуды. Изучена временная динамика колебаний ускоряемого заряда в эффективном потенциале волнового пакета в зависимости от начальных значений компонент импульса заряда, фазовой скорости волны и других параметров. На плоскости начальных данных область захвата частиц в режим ультрарелятивистского ускорения является достаточно широкой по начальной фазе волны на траектории заряда. Максимальная энергия ускоренных частиц возрастает пропорционально ширине локализованного в пространстве волнового пакета и зависит от соотношения знаков начальных компонент импульса зарядов, перпендикулярных внешнему магнитному полю. Сформулированы оптимальные условия для максимальной эффективности ускорения частиц при серфинге на волновых пакетах в космической плазме.

THE FEATURES OF STRONG SURFATRON ACCELERATION OF CHARGED PARTICLES BY WAVES IN SPACE PLASMAS. NUMERICAL MODELLING

Nikolay Erokhin¹, Nadezhda Zolnikova¹, Ludmila Mikhailovskaya¹,
Evgenii Kuznetsov¹, Rumen Shkevov²

¹Space Research Institute – Russian Academy of Sciences

²Space and Solar-Terrestrial Research Institute – Bulgarian Academy of Sciences
e-mail: nerokhin@mx.iki.rssi.ru; shkevov@space.bas.bg

Key words: surfatron acceleration, space plasma, highly relativistic acceleration, electromagnetic waves, cherenkov resonance, threshold amplitudes, numerical calculations.

Abstract: Features of ultrarelativistic acceleration of charged particles by packages of finite amplitude electromagnetic waves in space plasma (surfing mechanism of charges on waves) are considered on the basis of numerical calculations. The problem is reduced to the analysis of the second order nonlinear, nonstationary equation for a phase of main wave on the particle trajectory which is solved numerically. The purpose of this investigation is to consider the features of effective highly relativistic charged particle acceleration by smooth envelope amplitude wave package. The temporal dynamics of accelerated charges within wave package effective potential has been studied depending on the initial value of the charged pulse which is perpendicular to the external magnetic field, the wave phase velocity and other parameters. On the initial data area plane, the particles' domain of capture, in regime of ultrarelativistic acceleration, is wide enough as regards the initial wave phase of the charge particle trajectory. The energy maximum of the accelerated particles increases proportionally to the wave package width and depends essentially on the relation between initial values of the charge pulse components' sign ratio perpendicular to the external magnetic field. The optimum conditions for particles' acceleration with maximum efficiency by wave packets in space plasma are formulated.

Введение

Исследование механизмов генерации потоков ультрарелятивистских частиц с энергиями ($10^9 \div 10^{22}$) эВ входит в число актуальных задач астрофизики, в частности, это весьма важно для проблемы происхождения космических лучей. Одним из главных механизмов формирования потоков ультрарелятивистских частиц в космической плазме является серфинг зарядов на электромагнитных волнах (см., например, работы [1-7]).

При этом для оценок числа ускоренных частиц, их максимальной энергии, энергетических спектров, определения параметров электромагнитных волн, при которых возможна генерация потоков ультрарелятивистских частиц в условиях космической плазмы, необходимы, в частности, детальный анализ механизма захвата заряженных частиц в режим сильного ускорения, эффективности ускорения при воздействии пакетов из волн конечной амплитуды.

В настоящей работе представлены результаты численных расчетов захвата и сильного (ультрарелятивистского) ускорения заряженных частиц в магнитоактивной плазме при воздействии локализованного в пространстве пакета электромагнитных волн с плавной огибающей амплитуды, в котором максимальная величина электрического поля выше некоторого порогового значения.

Считая характеристики волнового пакета заданными и постоянными, а также учитывая интегралы движения для ускоряемых заряженных частиц, задачу удается свести к анализу нестационарного, нелинейного уравнения второго порядка диссипативного типа для несущей фазы волнового пакета на траектории рассматриваемой частицы. Полагаем также, что волны распространяются поперек достаточно слабого внешнего магнитного поля, а максимальная амплитуда поля в пакете выше порогового значения, что обеспечивает реализацию механизма серфинга. Следует отметить, что серфотронное ускорение зарядов возможно и при косом (относительно внешнего магнитного поля) распространении волн. Численными расчетами изучена временная динамика колебаний ускоряемого заряда в эффективном потенциале в зависимости от начального значения фазы, величины фазовой волнового пакета на несущей частоте и компонент релятивистского импульса частицы. Естественно, что для реализации ультрарелятивистского ускорения зарядов толщина волнового пакета должна быть достаточно большой.

Показано, что при захвате частицы в режим сильного ускорения с течением времени несущая фаза волнового пакета на траектории захваченной частицы медленно выходит на некоторое асимптотическое значение, соответствующее ускоряющему волновому полю, что является отличительной особенностью механизма серфинга. Компоненты импульса захваченного заряда и его релятивистский фактор увеличиваются практически линейно с ростом времени, что соответствует постоянному темпу ускорения частиц, захваченных волной, при изменении амплитуды ускоряющего поля. Темп ускорения существенно возрастает при увеличении фазовой скорости волны на несущей частоте. При выборе релятивистских значений фазовой скорости волны наибольшее ускорение идет по направлению распространения волны. В обратном случае – низких значений фазовой скорости основное ускорение происходит вдоль волнового фронта

Основные уравнения и численные расчеты серфотронного ускорения

Считая нелинейные эффекты для ускоряющих волн малыми полагаем, что амплитуды волн существенно ниже характерного поля релятивистской нелинейности т.е. выполняется условие $\sigma = e E_0 / m c \omega \ll 1$. Напомним, что захват зарядов в режим серфинга происходит в случае, когда безразмерная амплитуда волнового пакета выше следующего порогового значения $\sigma > u \gamma_p \equiv u / (1 - \beta_p^2)^{1/2}$. Ниже используется обозначение $\beta = v/c$.

Рассмотрим волновой пакет с гауссовским спектром и несущей частотой $\omega_0 = \omega(k_0)$. Для замедленной плазменной волны ($ck_0 > \omega_0$), когда возможен черенковский резонанс с частицами, используем дисперсионное уравнение с обозначениями $Y = \omega_0 / \omega_{pe}$, $X = ck_0 / \omega_{pe}$, $v = \omega_{He} / \omega_{pe}$

$$(1) \quad Y^2 = 1 + 0.5(X^2 + v^2) - [v^2 + 0.25(X^2 - v^2)^2]^{0.5}.$$

Здесь для рассматриваемого ниже случая $ck_0 > \omega_0$ параметр Y^2 находится в интервале значений $1 < Y^2 < 1 + v^2$. Поскольку нелинейным взаимодействием мод в пакете

пренебрегается параметр v^2 нужно считать малым. Согласно (1) это означает также, что отношение отношения групповой скорости к фазовой на несущей частоте будет малым. Важно отметить, что $X > 1$ и частотный спектр волнового пакета достаточно узкий. Используя (1) легко вычислить скорости $v_g \approx \omega_{pe} \omega_{He}^2 / c^2 k_0^3$, $v_p \approx \omega_{pe} / k_0$. Для гауссовского спектра волн в пакете имеем

$$(2) \quad E_x(x,t) = E_m \exp[-\zeta^2 / L^2] \cos(\omega_0 t - k_0 x),$$

где $\zeta = x - v_g(k_0) t$, масштаб $L = 1 / k_p$ есть полуширина локализованного волнового пакета, движущегося со скоростью $v_g(k_0)$. Другие компоненты полей E_y , H_z находятся по аналогии с (2). С учетом (2) характерное время пересечения захваченным зарядом волнового пакета порядка $\delta t \sim 2L / v_p$ или в безразмерных переменных имеем $\delta \tau \sim 2L k_0$. За это время центр волнового пакета сместится на расстояние $\delta x \sim 2L v_g / v_p \ll 2L$. Численные расчеты показали, что сильное (ультрарелятивистское ускорение захваченных зарядов имеет место в случае времен удержания частиц пакетом в ускоряющей фазе поля порядка $\tau_1 \geq 10^4$. Следовательно, условие $2L k_0 \geq 10^4$ обеспечивает длительное удержание и сильное ускорение зарядов локализованным волновым пакетом в магнитоактивной плазме.

При численных расчетах серфинга зарядов на волновом пакете задачу можно упростить. Во-первых, можно пренебречь малыми вихревыми компонентами волновых полей E_y , H_z и для фазы пакета на несущей частоте $\Psi_0(\tau) = (\omega_0 t - k_0 x)$ использовать уравнение

$$(3) \quad \gamma \beta_{p0} d^2 \Psi_0 / d\tau^2 - (1 - \beta_x^2) \cdot (e E_x / mc\omega_0) - u_0 \beta_y = 0,$$

где $E_x(x,t)$ определено формулой (2), $\beta_{p0} = \omega_0 / ck_0$, $\gamma = (1 + h^2 + r_0^2)^{0.5} / (1 - \beta_x^2)^{0.5}$, $r_0 = \gamma \beta_y$ и учтены интегралы движения $J = \gamma \beta_y + u_0 \beta_{p0} (\Psi_0 - \tau)$, $\gamma \beta_z = h$. Компонента скорости заряда β_x в выражении (3) задана формулой $\beta_x = \beta_{p0} [1 - (d\Psi_0 / d\tau)]$. Отметим, что эффекты частотной дисперсии малы и (3) вполне пригодно для описания релятивистского серфинга при выполнении условия на входящие параметры задачи $\tau_1^2 \ll (X_0^2 / v)^4 \cdot (\omega_{pe} L / c)^4$. Границы x_1 , x_2 области $x_1 < x < x_2$, в которой возможны захват заряда волновым пакетом и последующее его ускорение, находятся из условия $u_0 \gamma_{p0} < (eE_m / mc\omega_0) \cdot \exp(-\zeta^2 / L^2)$.

Для замедленной волны $\gamma^2 = 1 + 0.5 (X^2 + v^2) - [v^2 + 0.25 (X^2 - v^2)^2]^{0.5}$, что дает следующее выражение для групповой скорости электромагнитной волны $v_g \approx \omega_{pe} \omega_{He}^2 / c^2 k^3$. Рассмотрим пакет электромагнитных волн с гауссовским распределением по амплитудам вида $E_x(x,t) = \int dk E(k) \exp(i\omega t - ikx)$, $E(k) = E_m \exp[-(\delta k / k_p)^2]$. Полагаем $k = k_0 + \delta k$. Тогда имеем $\omega t - kx = \Psi_0 - \zeta \cdot \delta k + \mu \cdot (\delta k)^2$, где $\zeta = x - v_g t$, $\mu = 0.5 t d^2 \omega / dk^2$. В итоге поле волнового пакета определяется формулой (2), а для несущей фазы на траектории заряда с учетом явного вида коэффициентов получаем уравнение ($\beta \equiv \beta_{p0}$, $u = u_0$)

$$(4) \quad \frac{d^2 \Psi}{dt^2} - \frac{\left[1 - \beta^2 \left(1 - \frac{d\Psi(\tau)}{d\tau}\right)^2\right]^{1.5}}{\beta \sqrt{1 + h^2 + [J + \beta u (\tau - \Psi(\tau))]^2}} \sigma e \left(\frac{\tau - \Psi(\tau)}{\rho}\right)^2 \cdot \cos(\Psi(\tau)) -$$

$$- \frac{u [J + \beta u (\tau - \Psi(\tau))]}{\beta \cdot [1 + h^2 + [J + \beta u (\tau - \Psi(\tau))]^2}} \cdot \left[1 - \beta^2 \left(1 - \frac{d\Psi(\tau)}{d\tau}\right)^2\right] = 0.$$

Нелинейное уравнение (4) решалось численно, в частности, для следующих значений исходных параметров: $u = 0.1$, $\beta_{p0} = 0.4$, $h = 300$, $g = 200$, $\rho = 6 \cdot 10^4$, где $g \equiv \gamma(0) \beta_y(0)$.

Выполненные численные расчеты серфинга зарядов на волновом пакете показали, что в зоне волнового пакета, где амплитуда электрического выше порогового значения, при нахождении заряда в диапазоне благоприятных фаз Ψ_0 , который оказался довольно широким, а скорость заряда в направлении распространения волнового пакета соответствует условию реализации черенковского резонанса $\beta_x(0) \approx \beta_{p0}$. Происходят захват и последующее сильное релятивистское ускорение зарядов локализованным волновым пакетом. Установлено, что набор энергии частицей возрастает с увеличением характерной полуширины ρ движущегося с групповой скоростью волнового пакета. Следовательно, генерация потоков ускоренных частиц в космической плазме за счет механизма серфинга возможна и при взаимодействии зарядов с локализованными пакетами электромагнитных волн.

Согласно численным расчетам при ускорении захваченной частицы ее релятивистский фактор и поперечные к внешнему магнитному полю компоненты импульса возрастают практически пропорционально времени удержания заряда волновым пакетом в эффективной потенциальной яме. При этом поперечные компоненты скорости заряда β_x , β_y выходят на асимптотические значения, а продольная (относительно внешнего магнитного поля) скорость β_z стремится к нулю. При достаточно сильном ускорении с течением времени ускоряемые частицы конденсируются на дно эффективной потенциальной ямы, которая является нестационарной, т.е. имеет место сжатие сгустка захваченных частиц вдоль оси x . На плоскости $(\Psi, d\Psi/d\tau)$ дно эффективной потенциальной ямы является устойчивым фокусом. В модельных расчетах также выявлено, что оптимальным условием высокой эффективности ускорения частиц локализованным волновым пакетом является близость фазовой и групповой скоростей на несущей частоте.

На рисунках ниже представлены результаты численных расчетов для ряда вариантов выбора параметров задачи. На рис.1 для случая $u = 0.1$, $\beta_{p0} = 0.4$, $h = 300$, $g = 200$, $\rho = 6 \cdot 10^4$ показана динамика фазы волнового пакета на несущей частоте при выборе начальных данных $\Psi(0) = 12130 \cdot \pi + 3.34$, $d\Psi/d\tau |_{\tau=0} = 0$. Как видим, для захваченной частицы имеются вариации в диапазоне $-1.792 < \Psi(\tau) - \Psi(0) < 0.326$. Удержание заряда волновым пакетом реализуется для времен $\tau < 71028$ при $\sigma = 1.5 \sigma_c$, где пороговое значение безразмерной амплитуды волны равно $\sigma_c = 0.109$.

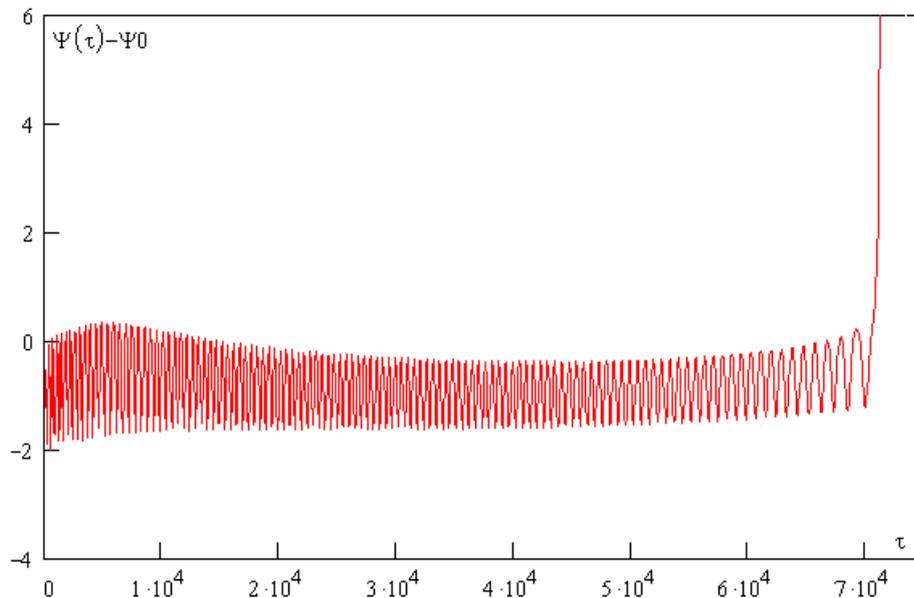


Рис. 1. Динамика фазы на траектории ускоряемой частицы

В данном варианте $\gamma(0) \approx 393.4$, $\max \gamma \approx 3322$ т.е. энергия частицы увеличилась почти на порядок. График релятивистского фактора $\gamma(\tau)$ и его линейной аналитической аппроксимации $M(\tau) = 1637 + 0.0426 \cdot (\tau - 31785)$ даны на рис.2. Согласно рис.2 за исключением малого начального участка несмотря на колебания фазы $\Psi(\tau)$ и неоднородность поля волнового пакета наблюдается рост энергии захваченной частицы практически с постоянным темпом ускорения.

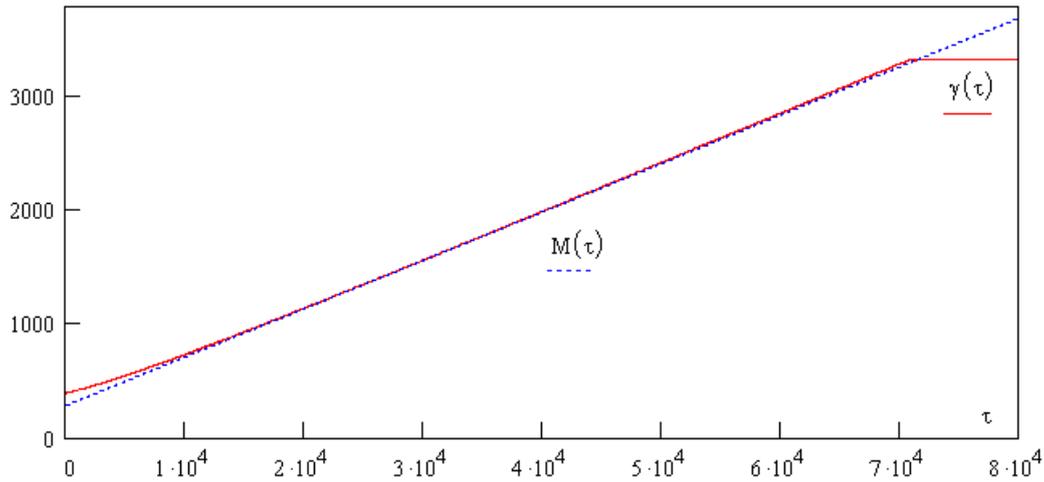


Рис. 2. График релятивистского фактора и его аналитической аппроксимации

Временная динамика функции $\cos \Psi(\tau)$, определяющей темп ускорения электрона, показана на рис.3. Для захваченной частицы эта функция осциллирует в диапазоне фазы, соответствующем действию ускоряющего поля волнового пакета, а после вылета заряда из потенциальной ямы она быстро осциллирует в интервале $(-1, 1)$ и ее среднее значение равно нулю т.е. набор энергии частицей (теперь уже пролетной) отсутствует.

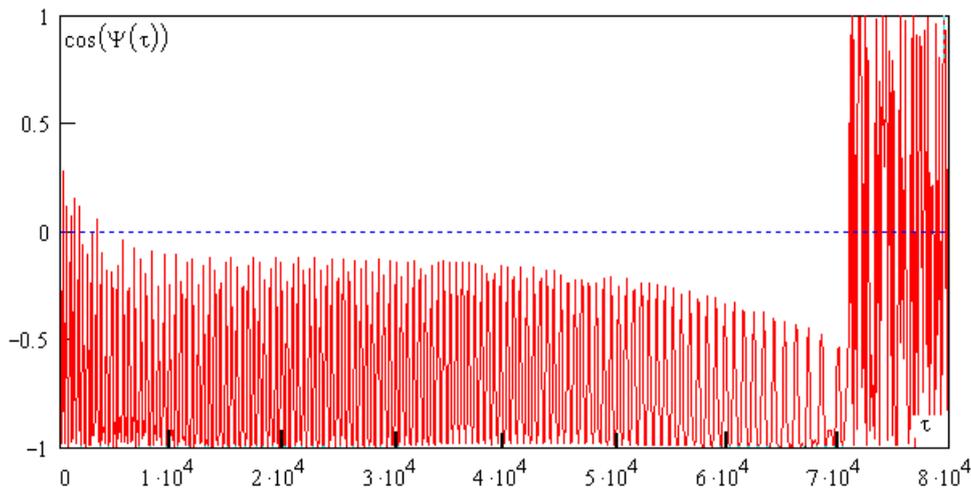


Рис. 3. Временная динамика функции $\cos \Psi(\tau)$

В силу сохранения импульса заряда в направлении внешнего магнитного поля компонента его скорости β_z во время ускорения уменьшается: $\beta_z(0) \approx 0.763$, $\beta_z(120000) \approx 0.09$. Поперечная компонента скорости $\beta_{\perp}(\tau) = \{ [\beta_x(\tau)]^2 + [\beta_y(\tau)]^2 \}^{0.5}$ для захваченной частицы увеличивается : $\beta_{\perp}(0) = 0.647$, $\beta_{\perp}(100000) = 0.996$. Типичная динамика на плоскости (β_x, β_y) показана на рис.4 Поскольку в начальный момент времени импульс $h = \gamma \cdot \beta_z$ был достаточно большим, траектория на рис.4 для захваченной частицы почти вертикальна, затем после вылета из эффективной потенциальной ямы и реализации ларморовского вращения траектория весьма близка к окружности. Результаты численного расчета траектории частицы на плоскости (η, ξ) , где $\eta = \omega y / c$, $\xi = \omega x / c$, представлены на рис.5. Отметим следующее. Как видно из графика на рис.5, для захваченной, ускоряемой частицы траектория близка к прямолинейной, после вылета заряда из эффективной потенциальной ямы волнового пакета происходит ларморовское вращение. С увеличением фазовой скорости волны прямолинейный участок траектории частицы становится более вертикальным.

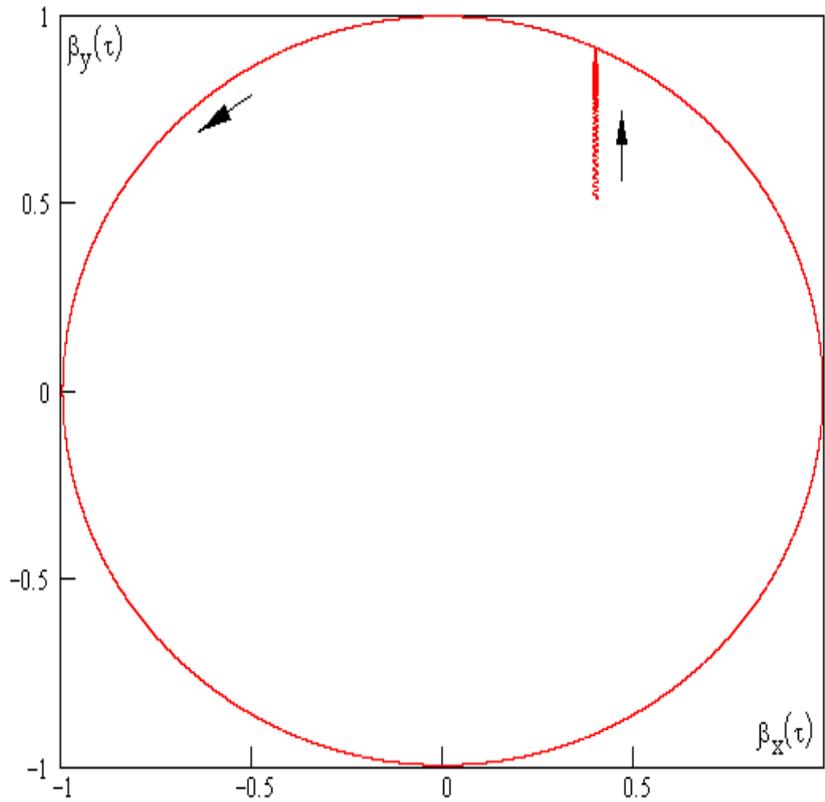


Рис. 4. Динамика движения заряда на плоскости (β_x, β_y)

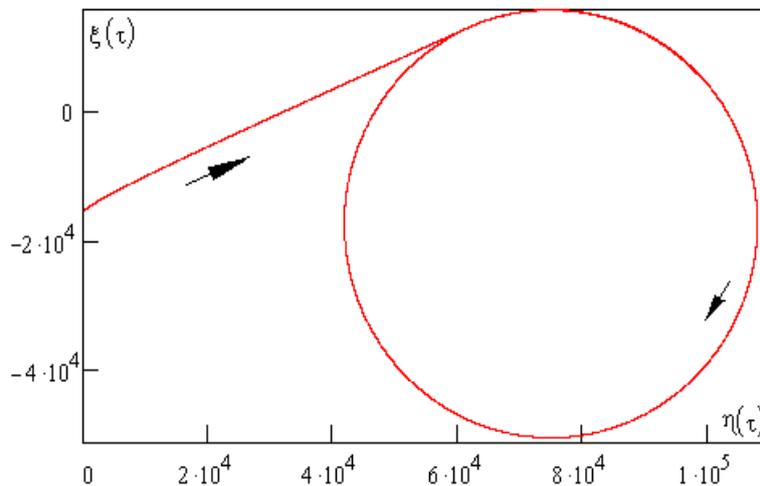


Рис. 5. Траектория частицы на плоскости (x, y)

Приведем асимптотические значения поперечных компонент скорости положительного заряда при его сильном ускорении волновым пакетом и фазы пакета на несущей частоте для дна эффективной потенциальной ямы: $\beta_x \approx \beta_p$, $\beta_y \approx -1 / \gamma_p$, $\cos \Psi \approx \sigma_c / \sigma$. Аналогичные результаты получаются и для других значений исходных параметров. Принципиальный момент возникает в случае рассогласования знаков начальных компонент импульса частицы. Так в рассмотренном выше варианте положим $g = -200$ оставив остальные параметры прежними. Тогда частица оставаясь захваченной пакетом вначале тормозится уменьшая компоненту скорости β_y до нуля и только после смены знака β_y начинается ускорение. Компонента скорости β_z вначале возрастает до величины 0.922 (при $\tau \approx 5190$), а затем вследствие ускорения как и ранее уменьшается. На интервале торможения имеем $\min \beta_{\perp} \approx 0.3896$. При ускорении аналитическая аппроксимация $\gamma(\tau)$ имеет вид $M(\tau) \approx 1564 + 0.0426 \cdot (\tau - 40000)$. В

данном случае $\max \gamma \approx 2741$ т.е. меньше значения в предыдущем варианте. Участок торможения занимает больше времени при увеличении $|g|$, например, в случае $g = -500$. Таким образом рассогласование знаков поперечных компонент импульса частицы является неблагоприятным фактором для серфинга зарядов на электромагнитных волнах и снижает набор энергии частиц при черенковском резонансе с волной. В режиме торможения заряды передают энергию волн тем самым усиливая ее.

Заключение

Рассмотрено ультрарелятивистское ускорение заряженных частиц локализованными в пространстве пакетом электромагнитных волн в космической плазме. Задача решается численно на основе нелинейного, нестационарного уравнения второго порядка для несущей фазы пакета на траектории частицы.

При захвате частиц в режим серфинга поперечные к внешнему магнитному полю компоненты импульса захваченной частицы увеличиваются практически линейно с ростом времени, а поперечные компоненты скорости заряда при сильном ускорении, когда максимальная энергия значительно превышает ее начальное значение, были практически постоянны.

Согласно расчетам реализация черенковского резонанса частицы с пакетом требует достаточно малых отстроек компоненты скорости заряда вдоль направления распространения пакета от фазовой скорости. Однако диапазон начальных фаз волнового пакета на несущей частоте, в котором имеют место захват и последующее сильное ускорение заряда, оказывается достаточно широким.

На этапе ускорения траектория частицы в плоскости, перпендикулярной внешнему магнитному полю, близка к прямолинейной. После смещения заряда в область, где поле пакета ниже порогового значения, ускорение прекращается и происходит его ларморовское вращение. Оптимальным условием высокой эффективности серфотронного ускорения заряженных частиц является согласование знаков компонент импульса заряда вдоль волнового фронта и в направлении распространения волнового пакета. Темп ускорения оказывается практически постоянным и возрастает при увеличении фазовой, а также групповой скоростей волнового пакета на несущей частоте. Следует однако заметить, что с ростом фазовой скорости волны увеличивается пороговое (для захвата частиц пакетом) значение амплитуды электрического поля.

Проведенное исследование представляет интерес для корректной интерпретации экспериментальных данных по регистрации потоков релятивистских частиц в космических условиях включая околоземное пространство, в частности, отклонений их спектров от стандартных степенных скейлингов (см., например, [8]).

Литература:

1. Katsouleas, N., J. Dawson. Physical Review Letters, 1983, v.51, № 5, p.392.
2. Березинский, В. С., С. В. Буланов, В. Л. Гинзбург, В. А. Догель, В. С. Птускин. Астрофизика космических лучей, Москва, Наука. 1990, 256 с.
3. Ерохин, Н. С., С. С. Моисеев, Р. З. Сагдеев. Письма в Астрономический журнал, 1989, т.15, № 1, с.3.
4. Кичигин, Г. Н. ЖЭТФ, 2001, т.119, вып.6, с.1038.
5. Erokhin, N., N. Zolnikova, R. Shkevon, L. Mikhailovskaya, P. Trenchev. Доклады на Българската академия на науките, 2007, т.60, № 9, с.967.
6. Erokhin, N. S., N. N. Zolnikova, P. P. Grinevich, L. A. Mikhailovskaya. Problems of Atomic Science and Technology, серия "Плазменная электроника", 2006, No 5, P.152.
7. Птускин, В. С. УФН, 2007, т.177, № 5, с.558.
8. Лозников, В. М., Н. С. Ерохин. Вопросы атомной науки и техники, сер.Плазменная электроника, 2010, № 4 (68), с.121.